Anche se più potente della nozione di soluzione basata sul criterio di dominanza, quella di Nash non è senza problemi.
Il primo di questi è che, diversamente dal caso dei giochi a somma costante, per giochi a somma variabile l'equilibrio di Nash è generalmente *inefficiente in senso paretiano*. Con riferimento al gioco rappresentato in tabella 8.4, si nota che (X, X) è l'unico equilibrio di Nash. Infatti, se il giocatore A sceglie X, allora a B conviene giocare X; se B sceglie X, allora ad A conviene X. Ogni equilibrio in strategie dominanti è anche un equilibrio di Nash, mentre non è vero il viceversa; dunque, quella di Nash è una nozione di soluzione più selettiva di quella basata sul criterio di dominanza.
Un secondo problema è che nulla assicura che, data una certa struttura di interazione, l'equilibrio di Nash, anche se esiste, sia *unico*. Circa l'*esistenza* di un equilibrio, Nash dimostrò il seguente celebre *teorema*: «Ogni gioco non cooperativo tra un numero finito di giocatori, ciascuno dei quali ha a disposizione un numero finito di strategie pure, ammette almeno un equilibrio [di Nash] nelle strategie miste». Un equilibrio in strategie pure può dunque non esistere. Inoltre, si noti che il teorema assicura l'esistenza, ma non anche l'unicità dell'equilibrio di Nash. Ciò solleva il delicato problema della *molteplicità* degli equilibri di Nash. Nel corso degli ultimi vent'anni sono stati proposti *raffinamenti* volti a discriminare tra i molteplici equilibri così da *selezionare* un solo equilibrio.

6. IL MODELLO DI COURNOT

Il fondamentale contributo di Augustin Cournot alla teoria dell'oligopolio può essere sintetizzato con l'ausilio dell'apparato concettuale messo a disposizione dalla teoria dei giochi. Il suo modello può essere reso come un gioco non cooperativo, tra due giocatori (duopolio), a somma variabile, a completa informazione. Si tratta di un gioco in cui ciascuna impresa sceglie un solo elemento del proprio insieme di scelta e le scelte delle imprese sono simultanee. Per completare la descrizione del gioco, dobbiamo specificare l'insieme di scelta dei giocatori e le conseguenze (risultati) per ogni coppia di strategie selezionate dai giocatori stessi. Circa la variabile scelta dalle imprese, Cournot ipotizza che si tratti dei *livelli di output*, ovvero delle quantità prodotte di un bene omogeneo; i risultati sono invece espressi in termini di profitti, che le imprese intendono massimizzare.
Le due imprese producono con la stessa funzione di costo $C(q_i) = 2q_i$, $(i = A, B)$, per cui il costo marginale $C' = 2$, e la funzione inversa di domanda (ovvero il prezzo come funzione dell'output) è data da $p = 9 - Q$, dove $Q = q_A + q_B$. La funzione di profitto dell'impresa A è dunque data da:

$$\pi_A = pq_A - 2q_A = (9 - q_A - q_B)q_A - 2q_A$$

Si dimostra che la massimizzazione di π_A implica:

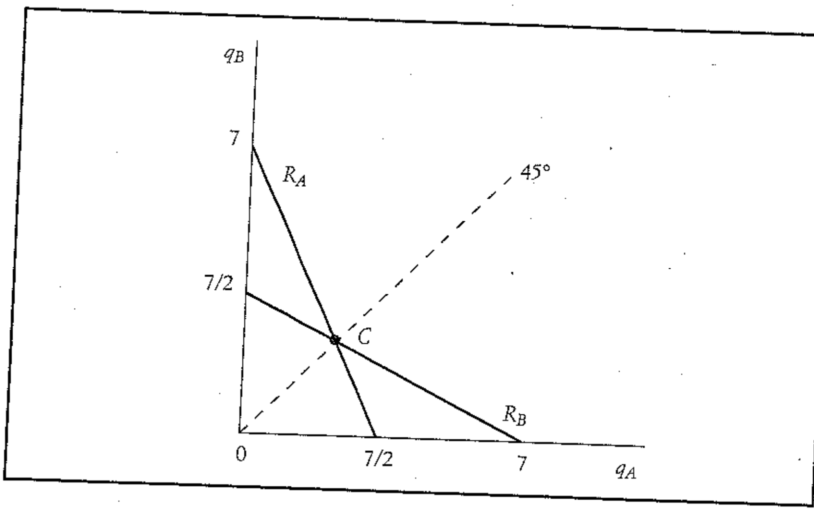

fig.8.3. *Le curve di reazione nel modello di Cournot.*

$$q_A = (7 - q_B)/2$$

che rappresenta la **funzione di reazione** dell'impresa A (R_A). Si vede chiaramente che la funzione di reazione è decrescente rispetto al livello di output dell'impresa rivale. Allo stesso modo, la funzione di reazione dell'impresa B (R_B) è data da $q_B = (7 - q_A)/2$.

Le due funzioni di reazione sono rappresentate in figura 8.3.

Il punto C identifica geometricamente l'equilibrio di Cournot, e corrisponde all'intersezione delle due curve di reazione. Solo in quel punto, infatti, sono simultaneamente soddisfatte le condizioni di massimo profitto per le due imprese. Dal punto di vista algebrico, le coordinate del punto C (che appartiene alla bisettrice del primo quadrante, dato che si tratta di un equilibrio simmetrico) sono date da $q_A^* = q_B^* = 7/3$, da cui $Q^* = 14/3$ e $p^* = 13/3$.

I profitti di equilibrio sono perciò pari a $\pi_A^* = \pi_B^* = 49/9$. Se usiamo a questo punto la formula, di cui al paragrafo 3, per calcolare il *mark-up*, otteniamo che $(p^* - C')/p^* = 7/13 = 1/|e|$, da cui possiamo esplicitare il valore (assoluto) dell'elasticità della domanda in corrispondenza dell'equilibrio di Cournot. Risulta che $|e| = 13/7$.

Cosa farebbe un monopolista che si trovasse ad operare con la stessa tecnologia e a fronteggiare la stessa funzione di domanda? Calcolando l'equilibrio di un monopolista (secondo il procedimento presentato nel par. 3), si ottiene $p_M^* = 11/2$, $q_M^* = 7/2$ e dunque $\pi_M = 49/4$ e $(p_M^* - C')/p_M^* = 7/11$.

Tali risultati confermano che il *mark-up* in monopolio è maggiore che in duopolio, e che il profitto del monopolista è maggiore dei profitti totali nel duopolio di Cournot (cioè $\pi_M > \pi_A + \pi_B$, dove π_M denota il profitto del monopolista).

7. IL MODELLO DI BERTRAND

Quasi mezzo secolo dopo la pubblicazione del saggio di Cournot, e precisamente nel 1883, J. Bertrand propone un modello di duopolio destinato a rappresentare uno dei più influenti contributi negli studi sulle forme di mercato. In buona sostanza, Bertrand rigetta l'ipotesi centrale del modello di Cournot – secondo la quale le imprese competono nelle quantità – per accogliere invece l'ipotesi che la variabile di scelta sia il *prezzo*. Mantenendo le altre assunzioni di Cournot – omogeneità del prodotto e costanza dei costi marginali, in particolare – l'equilibrio di Bertrand, se le imprese sono uguali, comporta che il prezzo sia uguale al costo marginale. Vediamo la dimostrazione di questo importante risultato.

Consideriamo due imprese, che producono entrambe al costo marginale (costante) C'; vogliamo provare che, nell'equilibrio di Bertrand, $p_A = p_B = C'$, dove p_A e p_B indicano i prezzi fissati rispettivamente dall'impresa A e dall'impresa B. Procediamo per assurdo, e supponiamo intanto che le due imprese fissino due prezzi uguali, ma superiori al costo marginale. In tale caso, ciascuna impresa sarebbe incentivata a ridurre leggermente il proprio prezzo, sottraendo così tutti i clienti al rivale e ottenendo profitti. Se entrambe le imprese intraprendono tale guerra di prezzo, il processo non potrà che terminare allorché $p_A = p_B = C'$. Infatti, non sarebbe conveniente vendere a un prezzo inferiore a C', perché ciò comporterebbe profitti negativi. D'altronde, una situazione in cui $p_A > p_B$ non può rappresentare un equilibrio, perché l'impresa col prezzo più alto (che non riuscirebbe a vendere alcuna quantità, dato che i consumatori si rivolgerebbero al rivale) troverebbe conveniente fissare un prezzo leggermente inferiore a quello dell'altra impresa. Quest'ultima, a sua volta, abbasserebbe il proprio prezzo sotto il livello del rivale, e così via.

Abbiamo così dimostrato il seguente importante risultato: nell'equilibrio del gioco non cooperativo in cui la variabile strategica è il prezzo, $p_A = p_B = C'$.

A questo punto possiamo osservare quanto segue.

- L'equilibrio di Bertrand è l'unico equilibrio di Nash nei prezzi (si rammenti che l'equilibrio di Cournot è l'unico equilibrio di Nash nei livelli di output).
- L'equilibrio di Bertrand è insensibile al numero di imprese, nel senso che se anche avessimo $n > 2$ imprese, e tutte producessero al costo marginale C', in equilibrio tutte le imprese fisserebbero il prezzo pari a C'. Inoltre, questo equilibrio è pure insensibile all'elasticità della domanda.
- Le quote di mercato sono indeterminate. Infatti, quando le imprese praticano lo stesso prezzo i consumatori sono indifferenti nel rivolgersi a un venditore invece che a un altro, e il modello di Bertrand non è in grado di specificare l'output venduto in equilibrio da ciascun produttore. Resta il fatto che, indipendentemente dalla quota di mercato, nessun produttore ottiene profitti (nel senso usuale di extraprofitti) in equilibrio.
- Se le due imprese producono a costi marginali costanti ma diversi, allora

l'equilibrio di Bertrand è tale per cui l'impresa col costo marginale più basso fissa un prezzo leggermente inferiore al costo del rivale e occupa così l'intero mercato ottenendo ovviamente profitti positivi. Vale a dire se $C'_A > C'_B$, allora nell'equilibrio di Bertrand $p_A = C'_A - \alpha$, con α positivo e piccolo a piacere. Ciò comporta che, in equilibrio, $q_A = 0$, dato che nessun consumatore troverebbe conveniente rivolgersi all'impresa A, che non può vendere a un prezzo inferiore a C'_A, e l'impresa B servirebbe tutti i consumatori conseguendo un profitto pari a $(C'_A - \alpha - C'_B)$ per ogni unità venduta.
L'aspetto davvero sorprendente dell'equilibrio di Bertrand è che si tratta dello stesso equilibrio che emergerebbe in concorrenza perfetta. In altre parole, nonostante l'offerta sia qui concentrata e le imprese dispongano delle dimensioni per influenzare il prezzo – anzi, per fissarlo – non si formano profitti. *La competizione di prezzo in un mercato omogeneo tra «poche» imprese che producono con gli stessi costi marginali costanti genera lo stesso equilibrio che sarebbe osservato in un mercato con «tante» imprese che si comportano come price-takers.*
Occorre peraltro aggiungere, che se i prodotti fossero differenziati, allora il suddetto risultato cessa di valere. In tale caso, infatti, la differenziazione attribuisce a ciascuna impresa un potere di mercato che si traduce poi in profitti. La differenziazione attenua cioè le conseguenze della competizione di prezzo e, come conseguenza, il prezzo di ciascuna impresa è, in equilibrio, superiore al suo costo marginale.

8. INCENTIVI ALLA COLLUSIONE E CARTELLI

Commentando le proprietà dell'equilibrio di Cournot abbiamo notato che il prezzo è inferiore a quello di monopolio; una situazione analoga si verifica nel caso dell'equilibrio di Bertrand. In altre parole, *dal punto di vista delle imprese,* tutti questi equilibri oligopolistici sono *inefficienti in senso paretiano,* dal momento che esistono coppie di valori (p, q), quale quella che risulta in monopolio, che assicurerebbero a entrambi i produttori profitti più elevati. In generale, se anziché agire in modo conflittuale le imprese agissero in modo collusivo, esse conseguirebbero maggiori profitti.
La collusione può essere tacita, cioè emergere dalla ripetizione di un gioco non cooperativo come quello di Cournot. In quel caso le imprese finiscono per scegliere *come se* avessero aderito a un accordo per massimizzare i profitti congiunti.
Quando l'esito collusivo è invece il risultato di un accordo esplicito tra produttori, allora si parla di cartello.
Il **cartello** è un accordo diretto (sebbene spesso segreto, perché di solito illegale) fra oligopolisti, teso alla massimizzazione dei profitti congiunti a livello dell'intero settore, oppure alla suddivisione del mercato fra gli aderenti all'accordo. Un cartello può includere parecchie imprese anche appartenenti a diversi paesi: pensiamo all'OPEC (Organization of petroleum exporting countries).